



# NPRU

Nakhon Pathom

Rajabhat University

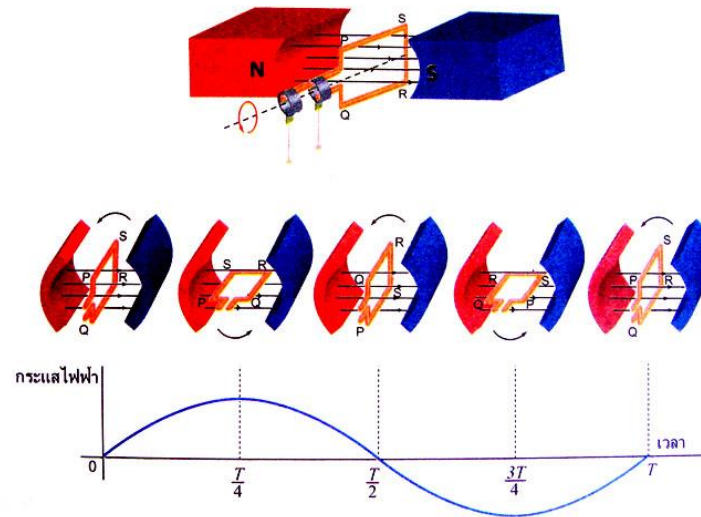
## การประยุกต์ใช้ในงานทางไฟฟ้า

### คณิตศาสตร์สำหรับครูช่างอุตสาหกรรมศิลป์



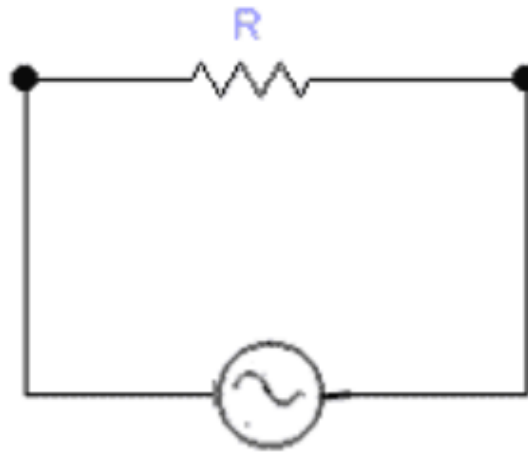
# ไฟฟ้ากระแสสลับ

- วงจรไฟฟ้ากระแสสลับประกอบด้วยเครื่องกำเนิดกระแสสลับและส่วนประกอบอีก 3 อย่างคือ ตัวต้านทาน (resistor) ตัวจุ (capacitor) และ ตัวเหนี่ยวนำ (inductor)





# วงจรซึ่งมีตัวต้านทานอย่างเดียว



ในวงจรจะได้  $V_R = IR$

$$V_R = V = V_m \sin \omega t$$

$$IR = V_m \sin \omega t$$



- กำลังไฟฟ้าที่ตกคร่อมบนตัวต้านทาน ( $R$ ) หาได้จาก  $i^2 R$  เมื่อ  $i$  เป็นกระแสลับที่เวลาใดๆ ค่าโดยเฉลี่ยของกระแสลัดดังกล่าวเรียกว่า กระแสยังผล (*effective current*) นิยามได้ดังนี้
- ค่ายังผลของกระแสไฟฟ้าสลับ หมายถึง ค่าของกระแสไฟฟ้าตรงค่าหนึ่ง ซึ่งจะทำให้ เกิดพลังงาน (ความร้อน, แสง, เสียง) บนตัวต้านทานตัวหนึ่งได้เท่ากับในเวลาที่เหมาะสม
- ในช่วงเวลา  $dt$  พลังงานที่เกิดขึ้นบนตัวต้านทานเท่ากับ  $dW$  คือ

$$dW = iR^2 dt$$

ต้องการหางานที่ได้จากกระแสไฟฟ้าสลับไหล 1 รอบ ซึ่งใช้เวลา  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  วินาที



- สมการทั่วไปของ กระแสไฟฟ้าสลับที่ไหลผ่านตัวต้านทาน R คือ  $i = I_m \sin 2\pi ft$

ดังนั้นจะได้

$$W = R \int_0^T I_m^2 \sin^2 2\pi f t dt$$

จากสูตรตรีโกณมิติ

$$\sin^2 x = \frac{(1 - \cos 2x)}{2}$$

จะได้

$$= \frac{I_m^2 R}{2} \int_0^T (1 - \cos 4\pi f t) dt \qquad = \frac{I_m^2 R}{2} T$$



ตัวอย่างที่ 6.1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าให้แรงเคลื่อนไฟฟ้าสูงสุด 30 โวลต์ มีความถี่ 50 รอบ/วินาที ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้านี้ต่อกับวงจรที่มีตัวต้านทาน 10 โอห์ม จงหาค่ากระแสไฟฟ้าและ กระแสไฟฟ้าสูงสุดที่ไหลผ่านตัวต้านทานนี้

วิธีทำ สมการแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $V = V_m \sin 2\pi ft$

จากสมการ แทนค่าจะได้  $V = 30 \sin 100\pi t$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{2}} = 21.21 \text{ โวลต์}$$

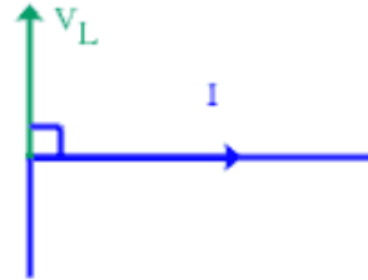
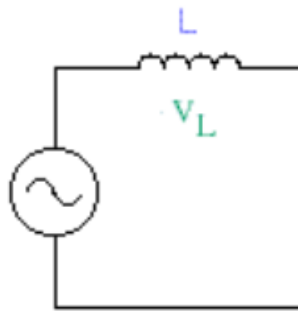
อาศัยกฎของโอห์มคำนวณหากระแสยังผล ( $I_{rms}$ ) จะได้

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R} = \frac{21.21}{10} = 2.12 \text{ แอมแปร์}$$

$$\text{กระแสไฟฟ้าค่าสูงสุด} = \frac{V_m}{I_m} = \frac{30}{10} = 3 \text{ แอมแปร์} \quad \underline{\text{Ans.}}$$



# วงจรซึ่งมีตัวเหนี่ยวนำอย่างเดียว



มีแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็น  $V = V_m \sin \omega t$  และตัวเหนี่ยวนำซึ่งมีความเหนี่ยวนำ (inductance) เป็น  $L$  (เฮนรี)

เมื่อ  $i$  เป็นกระแสไฟฟ้าในขณะใดๆ

$V_L$  ความต่างศักย์ระหว่างปลายทางของตัวเหนี่ยวนำในขณะใดๆ



## วงจรซึ่งมีตัวเหนี่ยวนำอย่างเดียว (ต่อ)

วงจรที่มีขดลวดเหนี่ยวนำเพียงอย่างเดียว ความต่างศักย์ที่ตกคร่อม  $L$  คือ

$$V_L = L \frac{di}{dt} = V_m \sin \omega t$$

เมื่ออินทิเกรตจะได้สมการ  $i$  เป็นฟังก์ชันกับเวลา

$$i_L = \frac{V_m}{L} \int \sin \omega t dt$$

จะได้

$$i_L = \frac{V_m}{\omega L} (-\cos \omega t)$$





การอินทิเกรตนี้จะละค่าคงที่ไว้ เพราะสามารถทำให้ค่าคงที่มีค่าเป็นศูนย์ได้โดยการ  
จัดเงื่อนไขเริ่มต้นให้เหมาะสม อาศัยตรีโกณมิติ ที่ว่า

$$-\cos A = \sin(A - 90^\circ)$$

$$i_L = \frac{V_m}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ แอมแปร์}$$

ให้  $I_m = \frac{V_m}{\omega L}$  จะได้

$$i_L = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ แอมแปร์}$$



ตัวอย่างที่ 6.2 กำหนดให้  $L = 25.0 \text{ mH}$ , แหล่งจ่ายไฟกระแสสลับมีค่าเป็น  $V = 150\sqrt{2} \sin 120\pi t$  โวลต์ จงหากระแสที่ไหลในวงจร

วิธีทำ จากสมการ  $i_L = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

ความถี่เชิงมุม  $\omega = 120\pi$  เรเดียน/วินาที

$$X_L = \omega L = (120\pi)(25 \times 10^{-3})$$
$$= 9.43 \text{ โอห์ม}$$

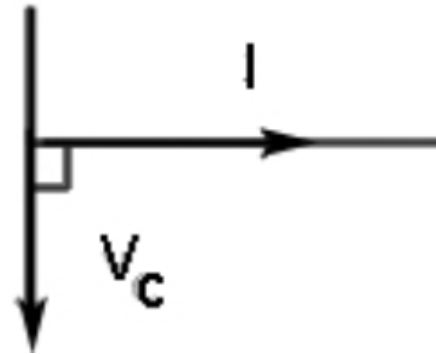
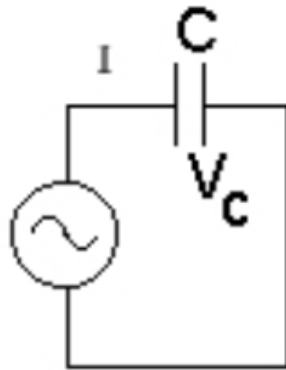
แทนค่าหาค่ากระแสได้  $i_L = \frac{150\sqrt{2}}{9.43} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$= 15.9\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ แอมแปร์}$$

หรือ  $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 15.9 \text{ แอมแปร์}$



# วงจรที่มีตัวเก็บประจุอย่างเดี่ยว



วงจรที่ประกอบด้วยตัวเก็บประจุเพียงอย่างเดียว ซึ่งมีสมการแรงเคลื่อนไฟฟ้าใน

วงจร คือ

$$V_c = V_m \sin \omega t$$

$$V_c = \frac{q}{c}$$



## วงจรซึ่งมีตัวเก็บประจุอย่างเดียวน (ต่อ)

• กระแสไฟฟ้าในวงจรคือ  $i_c = \frac{dq}{dt} = V_c(\omega c)\cos\omega t$

$$i_c = \frac{V_m}{\left(\frac{1}{\omega c}\right)} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

โดยที่  $X_c$  คือความต้านทานของตัวเก็บประจุ  $= \frac{1}{\omega c}$  มีหน่วยเป็นโอห์ม



ตัวอย่างที่ 6.3 ความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุขนาด 1 ไมโครฟารัด เขียนเป็น

สมการคือ  $V_c = 30\sin 400t$  โวลต์ จงเขียนสมการแสดงกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ

วิธีทำ

$$X_c = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{400 \times 1 \times 10^{-6}}$$

$$= 2500 \text{ โอห์ม}$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_c} = \frac{30}{2500}$$

$$= 0.012 \text{ แอมแปร์}$$

สมการแสดงกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ คือ  $i_c = 0.012\sin 400t$



ตัวอย่างที่ 6.4 กำหนดให้  $V_L = 10\sin 2t$  และ  $L = 5$  เฮนรี จงหาคำตอบของ  
สมการกระแสไฟฟ้าเมื่อเทียบกับเวลา

วิธีทำ จากสมการ 
$$i_L = \frac{V_m}{L} \int \sin \omega t dt$$

แทนค่า

$$i_L = \frac{10}{5} \int \sin 2t dt$$

$$= 2 \int \sin 2t dt$$

$$= 2 \left( \frac{-\cos 2t}{2} \right)$$

$$= (-\cos 2t)$$