



มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม



ฟิสิกส์ 2 (Physics 2)

บทที่ 2

ฟลักซ์แม่เหล็กไฟฟ้าและกฎของเกาส์

ผู้สอน

อาจารย์ ดร.วุฒิชัย ไชยภักษา

สาขาฟิสิกส์อุตสาหกรรม คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



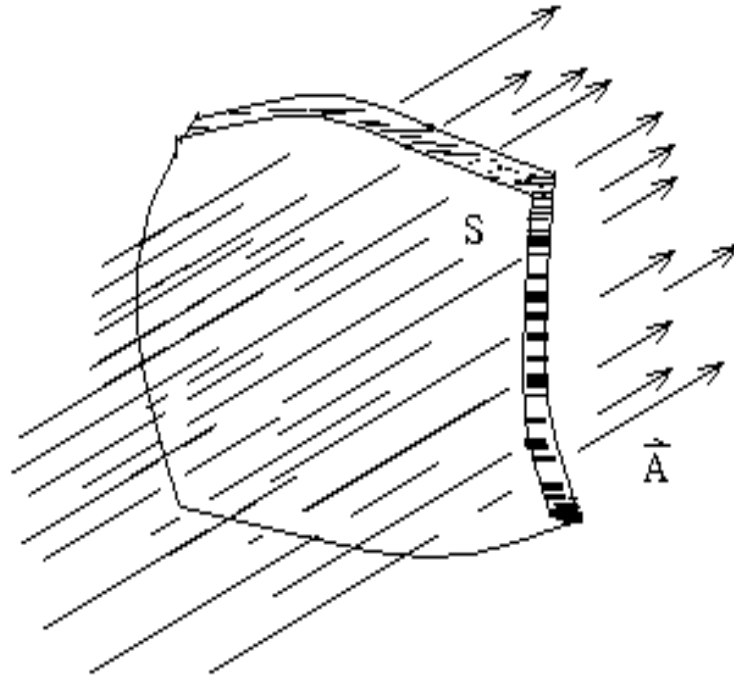
หัวข้อเนื้อหาประจำบท

- 2.1 พลั๊กซ์ของสนามเวกเตอร์
- 2.2 แรงเคลื่อนไฟฟ้า
- 2.3 กฎของเกาส์
- 2.4 สภาพอ่อนไหวทางไฟฟ้า
- 2.5 พลังงานของสนามไฟฟ้า
- 2.6 กฎของฟาราเดย์



ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์

ฟลักซ์ (flux), ϕ , เป็นจำนวนเส้นแรงของสนามเวกเตอร์ที่ผ่านผิวปิดหรือผิวเปิดใด ๆ ที่อยู่ในสนามเวกเตอร์นั้น เช่น สนามไฟฟ้าเป็นสนามเวกเตอร์ หมายความว่าแต่ละจุดในสนามไฟฟ้า ความเข้มสนามไฟฟ้าต้องบอกทั้งขนาดและทิศทาง



ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์



ถ้าเป็นสนามไฟฟ้า ฟลักซ์ของสนามไฟฟ้า (ϕ_E)

$$\phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{e}_n dS$$

และฟลักซ์ของสนามแม่เหล็ก (ϕ_B) จะเป็น

$$\phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot \hat{e}_n dS$$



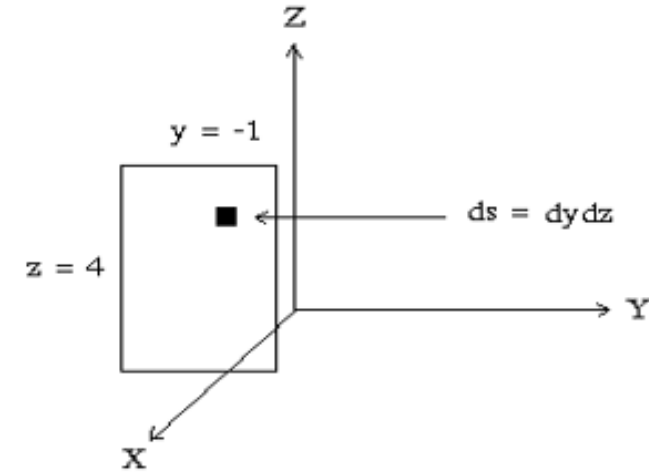
ตัวอย่างที่ 2.1 จงหาฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ส่วนหนึ่งของระนาบ $x = 3$ ในช่วง $-1 \leq y \leq 2$ และ $0 \leq z \leq 4$ เมื่อสนามไฟฟ้ามีค่า $2xy\hat{i} + 3yz\hat{j} + 4xz\hat{k}$

วิธีทำ จากสูตร

$$\phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{e}_n dS$$

$$ds \hat{e}_n = dydz \hat{i}$$

$$\vec{E} = 2xy\hat{i} + 3yz\hat{j} + 4xz\hat{k}$$



และ $x = 3$ จะได้

$$\phi_E = \oint_S (2xy\hat{i} + 3yz\hat{j} + 4xz\hat{k}) \cdot (dydz\hat{i})$$

$$\phi_E = \int_0^4 \int_{-1}^2 6y dy dz \quad \phi_E = 6 \left[\frac{y^2}{2} \right]_{-1}^2 [z]_0^4$$

$$= 36 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$$

$$\text{ฟลักซ์ของสนามไฟฟ้ามีค่า} = 36 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}$$



แรงเคลื่อนไฟฟ้า

ค่าปริพันธ์ตามเส้นของสนามไฟฟ้าก็คืองานที่กระทำต่อประจุหนึ่งหน่วยให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นทางใด ๆ ซึ่งเขียนเป็นสมการดังนี้

$$W = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (2.5)$$

และการปริพันธ์ตามเส้นทางปิดของสนามไฟฟ้าเรียกว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้า (Electromotive force) ใช้

สัญลักษณ์ emf

$$\text{Emf} = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (2.6)$$

ดังนั้นแรงเคลื่อนไฟฟ้าตามเส้นทางปิดคืองานหรือพลังงานในการทำให้ประจุหนึ่งหน่วยเคลื่อนที่ครบวงจร ในกรณีที่ $\vec{E}$ คงตัวจะได้ว่า

$$\int_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = V_B - V_A \quad (2.7)$$



กฎของเกาส์

ฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าสำหรับผิวปิดใด ๆ ซึ่งเรียกว่า ผิวเกาเซียน (Gaussian surface) กับประจุทั้งหมดที่อยู่ภายในผิวปิดนั้นในสุญญากาศ และตั้งเป็นกฎขึ้น เรียกว่า กฎของเกาส์ (Gauss 's Law) มีใจความว่า ผลรวมของฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าที่พุ่งออกจากผิวเกาเซียนใด ๆ มีค่าเท่ากับผลรวมของประจุที่ถูกล้อมรอบโดยผิวปิดนั้น และเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

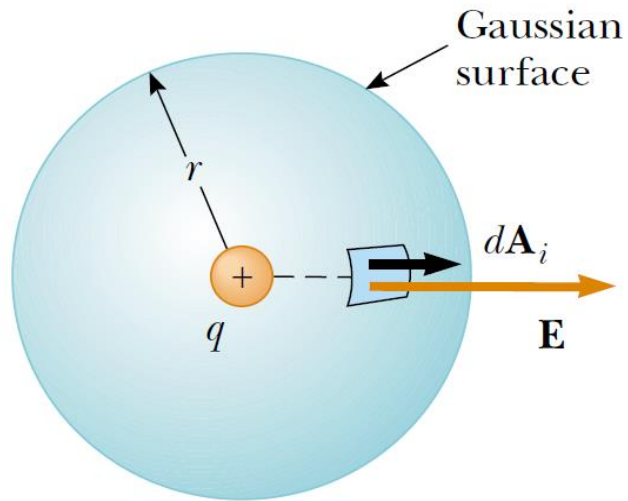
จะได้

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{e}_n \, ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$



กรณีที่เป็นจุดประจุ (Point charge)

ในการหาฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากจุดประจุ q จะต้องสร้างผิวเกาเซียนปิดรอบ ๆ ประจุ q ซึ่งเป็นทรงกลมที่มีประจุ q เป็นจุดศูนย์กลาง ให้มีรัศมี r



ผิวเกาเซียนรอบจุดประจุ q

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$\oint_S dS$ คือการปริพันธ์พื้นที่ผิวปิดของทรงกลมใด ๆ รัศมี r มีค่า $4\pi r^2$ ดังนั้น

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint_S dS$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} [4\pi r^2] = \frac{q}{\epsilon_0}$$



สภาพอ่อนไหวทางไฟฟ้า

ค่าโพลาไรเซชัน $\bar{P}$ ที่เกิดขึ้นจะเป็นสัดส่วนกับสนามไฟฟ้า ดังสมการ

$$\bar{P} = \epsilon_0 \chi_e \bar{E}$$

เมื่อ χ_e คือสภาพอ่อนไหวทางไฟฟ้า (electric susceptibility) เป็นค่าคงตัวของสาร

จากสมการ สภาพยอมสัมพัทธ์ (K) มีค่าเป็น

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

และความสัมพันธ์ของ K กับ χ_e เขียนได้เป็น

$$K = (1 + \chi_e)$$





จะได้

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = (1 + \chi_e)$$

$$\epsilon = (1 + \chi_e)\epsilon_0$$

สภาพยอมทางไฟฟ้าของวัตถุในตัวเองใด ๆ จะขึ้นกับสภาพอ่อนไหวทางไฟฟ้าของวัตถุนั้น ๆ





จงหาค่าคงตัวไดอิเล็กทริกของเพชร และสภาพอ่อนไหวทางไฟฟ้าของเพชร เมื่อสภาพยอมของเพชรมีค่า 1.46×10^{-10} คูลอมป์กำลังสองต่อเมตรกำลังสองต่อนิวตัน

วิธีทำ จากสูตร

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$$K = \frac{1.46 \times 10^{-10}}{8.859 \times 10^{-12}} = 16.48$$

และจากสูตร

$$K = (1 + \chi_e)$$

$$\chi_e = K - \underline{1} = 16.48 - 1 = 15.48$$

ค่าคงตัวไดอิเล็กทริกของเพชรเท่ากับ 16.48

และสภาพอ่อนไหวทางไฟฟ้าของเพชรมีค่าเท่ากับ 15.48



พลังงานของสนามไฟฟ้า

พิจารณาทรงกลมรัศมี r มีประจุ q หาศักย์ไฟฟ้าได้

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

แต่ถ้าทรงกลมนั้นอยู่ในสารไดอิเล็กทริกที่มีโพลาไรเซชันจะได้

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon r}$$

$$\frac{q}{V} = 4\pi\epsilon r$$

อัตราส่วนระหว่างประจุไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าเรียกว่า ความจุไฟฟ้าใช้สัญลักษณ์ว่า C มีหน่วยเป็น คูลอมบ์ต่อโวลต์ (CV^{-1}) หรือ ฟารัด (Farad, F) เขียนเป็นสมการเป็น

$$C = \frac{q}{V}$$



กฎของฟาราเดย์



ไมเคิล ฟาราเดย์ (Michael Faraday) และโจเซฟ เฮนรี (Joseph Henry) ได้ค้นพบการเหนี่ยวนำแม่เหล็กไฟฟ้าในเวลาใกล้เคียงกัน จึงเรียกว่ากฎของฟาราเดย์และเฮนรี หรือเรียกสั้น ๆ ว่ากฎของฟาราเดย์

เมื่อนำลวดตัวนำมาขดเป็นวงจรถัดแล้วนำไปวางไว้ในสนามแม่เหล็กที่มีฟลักซ์แม่เหล็กเปลี่ยนแปลงตามเวลา จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลในขดลวดตัวนำนั้นและเรียกกระแสไฟฟ้านี้ว่ากระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ซึ่งเกิดจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced electromotive force) ซึ่งขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของ ฟลักซ์แม่เหล็กต่อเวลา ดังสมการ

$$V_E = -\frac{d\phi_B}{dt}$$





จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในวงจรระนาบที่มีขดลวดเป็นวงกลมรัศมี 15 เซนติเมตร จำนวนรอบ 10 รอบ วางตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาเป็น $5\cos 3t$ เทสลา

วิธีทำ

$$\phi_B = SB = \pi r^2 B$$

$$\phi_B = 3.14 \times 15 \times (15 \times 10^{-4}) \times (5 \cos 3t) = 0.3536 \cos 3t$$

เมื่อมีลวด 10 รอบ $\phi_B = 10 \times (0.3536 \cos 3t) = 3.536 \cos 3t$

จากสูตร

$$\begin{aligned} V_E &= -\frac{d\phi_B}{dt} \\ &= -\frac{d}{dt}[3.536 \cos 3t] \end{aligned}$$

$$= -3.536 \times 3(-\sin 3t) = 10.608 \sin 3t \text{ โวลต์}$$

$$\text{แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีค่า} = 10.608 \sin 3t \text{ โวลต์}$$





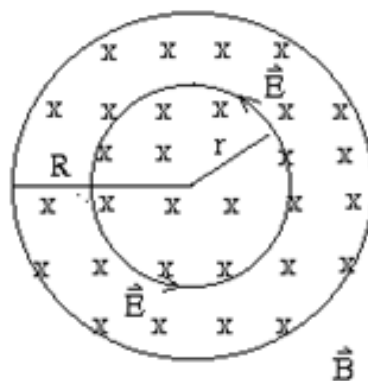
จากภาพสนามแม่เหล็ก B มีการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นตามเวลาผ่านทรงกระบอกรัศมี R จงหาสนามไฟฟ้าที่มีรัศมี r ใด ๆ อัตราการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กต่อเวลามีค่า 0.10 เทสลาต่อวินาที และ $R = 10$ เซนติเมตร

1) เมื่อ $r = 5$ เซนติเมตร

2) เมื่อ $r = 15$ เซนติเมตร

วิธีทำ พิจารณาเป็น 2 กรณีคือ เมื่อ $R > r$ และ $R < r$

1) เมื่อ $R > r$





จากกฎของฟาราเดย์

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$E(2\pi r) = -\frac{d}{dt}(\pi r^2 B)$$

$$E = -\frac{1}{2}r \frac{dB}{dt}$$

แทนค่า

$$\frac{dB}{dt} = 0.10 \text{ TS}^{-1}$$

จะได้ $E = \frac{1}{2}(5 \times 10^{-2}) \times 0.10 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ โวลต์ต่อเมตร}$

สนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่ง $r = 5 \text{ เซนติเมตร}$ มีค่า $2.5 \times 10^{-3} \text{ โวลต์ต่อเมตร}$





2) $R < r$

$$\phi_B = B\pi r^2$$

ดังนั้น

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}(\pi R^2 B)$$

$$2\pi r E = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

แทนค่า R, r และ $\frac{dB}{dt}$ จะได้

$$E = \frac{(10 \times 10^{-2})^2 \times 0.10}{2(15 \times 10^{-2})} = 3.3 \times 10^{-3} \text{ โวลต์ต่อเมตร}$$

สนามไฟฟ้า ณ ตำแหน่ง $r = 15$ เซนติเมตร มีค่า 3.3×10^{-3} โวลต์ต่อเมตร





มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม