

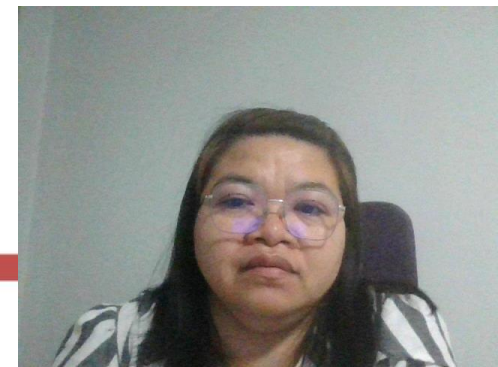


วิดีโอเป็นส่วนหนึ่งของรายวิชา

7201101-64 คณิตศาสตร์และสถิติสำหรับเทคโนโลยีสารสนเทศ

อาจารย์แก้วใจ อารณพิศาล

สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี





เมทริกซ์ (Matrix)





หัวข้อเนื้อหาบทเรียน

1. ลักษณะทั่วไปของเมทริกซ์
2. การดำเนินการบนเมทริกซ์
3. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์





ลักษณะทั่วไปของเมทริกซ์





เมทริกซ์ (Matrix)

- หมายถึง กลุ่มของจำนวนที่เรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยที่แต่ละแถวมีจำนวนเท่าๆ กัน และอยู่ในเครื่องหมาย [] หรือ () ก็ได้

$$A = [a_{ij}]_{m \times n}$$

คือ เมทริกซ์ A มีขนาด $m \times n$ มิติ โดยมีสมาชิก a_{ij} ที่อยู่ตำแหน่งแถวที่ i หลักที่ j



รูปแบบเมทริกซ์

$$A = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{array}{c} \text{หลักที่} \end{array} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & n & \text{แถวที่} \end{array} \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{array} \right] \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \dots \\ m \end{array} \end{array}$$



จงเขียนเมทริกซ์ $A=[a_{ij}]_{m \times n}$

- โดยกำหนด $m=2$, $n=4$ และ $a_{ij} = 2i+j$





สัญลักษณ์ของเมทริกซ์

- ตัวเลขภายใน [] จะเรียกว่าสมาชิกใน Matrix
- Matrix ที่มีจำนวนแถวเท่ากับ m และ จำนวนหลักเท่ากับ n เราเรียกว่า Matrix $m \times n$
- ความรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์ จะเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาระบบสมการเส้นตรง และ ใช้ในงานเรื่อง Graph , Image, Vector



ตัวอย่าง Matrix

- เมทริกซ์ A มีมิติ 3×3 จะเขียนเมทริกซ์ ด้วยสัญลักษณ์ จะเห็นมีสมาชิก 9 ตัว โดยมีสัญลักษณ์ทั่วไปคือ

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}_{3 \times 3} \quad \begin{matrix} A = [a_{ij}]_{m \times n} \\ i=1,2,3,4 \dots, m \\ j=1,2,3,4 \dots, n \end{matrix}$$

หมายถึง เมทริกซ์ A มีจำนวนแถว m จำนวนหลัก n

โดยที่ a_{11} หมายถึงสมาชิกที่อยู่ในแถวที่ 1 หลักที่ 1
 a_{23} หมายถึงสมาชิกที่อยู่ในแถวที่ 2 หลักที่ 3
 a_{ij} หมายถึงสมาชิกที่อยู่ในแถวที่ i หลักที่ j



ชนิดของเมทริกซ์

การเรียงตัวของกลุ่มตัวเลข หรือสมาชิก สามารถจำแนกและเรียกชื่อเฉพาะและมีคุณสมบัติดังนี้

1. เมทริกซ์แถว (Row Matrix)
 2. เมทริกซ์หลัก (Column Matrix)
 3. เมทริกซ์ศูนย์ (Zero Matrix)
 4. เมทริกซ์จัตุรัส (Square Matrix)
 5. เมทริกซ์สเกลาร์ (Scalar Matrix)
 6. เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix)
-



เมทริกซ์แถว (Row Matrix)

เมทริกซ์แถว (Row Matrix) เป็นเมทริกซ์ที่มีสมาชิกเพียงแถวเดียว

เช่น $A = [0 \ 1 \ -2]_{1 \times 3}$ เป็นเมทริกซ์ขนาดมิติ 1×3

$A = [1 \ -3 \ 5 \ 7]_{1 \times 4}$ เป็นเมทริกซ์ขนาดมิติ 1×4

$A = [1 \ \cdots \ 5]_{1 \times n}$ เป็นเมทริกซ์ขนาดมิติ $1 \times n$



เมทริกซ์หลัก(Column Matrix)

เมทริกซ์หลัก(Column Matrix) เป็นเมทริกซ์ที่มี สมาชิกเพียง หลักเดียว

เช่น

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -9 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \text{ เป็นเมทริกซ์ขนาดมิติ } 3 \times 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \text{ เป็นเมทริกซ์ขนาดมิติ } 4 \times 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ \vdots \\ -6 \end{bmatrix}_{m \times 1} \text{ เป็นเมทริกซ์ขนาดมิติ } m \times 1$$



เมทริกซ์ศูนย์(Zero Matrix)

เมทริกซ์ศูนย์(Zero Matrix) เป็นเมทริกซ์ที่มี สมาชิกทุกตัวเป็น 0 ทุกตัว
เช่น

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$



เมทริกซ์จัตุรัส (Square Matrix)

- เมทริกซ์จัตุรัส (Square Matrix) เป็นเมทริกซ์ที่มีจำนวนแถวและหลักเท่ากัน

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 9 & 5 & 3 \\ 4 & 8 & 7 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$



เมทริกซ์สเกลาร์ (Scalar Matrix)

เมทริกซ์สเกลาร์ (Scalar Matrix) เป็นเมทริกซ์จัตุรัส ที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก (Main Diagonal) เท่ากันหมด และสมาชิกที่เหลือเป็น 0 หมด

เช่น

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$



เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix)

- เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) เป็น scalar matrix ที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเป็น 1 เท่ากันหมด สัญลักษณ์ ใช้ I แทน Identity Matrix

$$I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$I_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

เมทริกซ์เอกลักษณ์เป็นเมทริกซ์ที่มีคุณสมบัติสำคัญในการคูณ การหาอินเวอร์สของเมทริกซ์ A



ตัวอย่าง $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$

เป็นเมทริกซ์ขนาด $\frac{2}{4}$ แถว
หลัก

เขียนด้วยสัญลักษณ์ $\underline{A_{2 \times 4}}$



จงบอกประเภทและอันดับของเมทริกซ์ลักษณะพิเศษต่อไปนี้

1. $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix}$



ทรานส์โพสของเมทริกซ์ (Transpose Matrix)

ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มี มิติ 3×3 ทรานส์โพสของเมทริกซ์ A เกิดจากการเปลี่ยนที่จากแถวเป็นหลักของเมทริกซ์ A

สัญลักษณ์ A^t แทน ทรานส์โพสของเมทริกซ์ A

นั่นคือ $A = [a_{ij}]$ มีมิติ $m \times n$

$A^t = [a_{ji}]$ มีมิติ $n \times m$

ตัวอย่างเช่น

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$



ตัวอย่าง จงหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}, \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \\ -7 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^T = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -7 \\ 4 & 3 & 2 \\ -1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 2 \end{bmatrix}$$



ทบทวน

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 24 \\ 6 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

จงหา

• มิติของ $A =$

• $a_{13} =$

• $a_{21} =$

• $a_{22} =$

• $a_{11} =$

• $a_{23} =$



ทบทวน

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 3 & 0 & 5 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จงหาคำตอบในข้อต่อไปนี้

1. มิติของ A, B และ C

2. $(a_{12} + b_{12}) + c_{12}$

3. $(2a_{23} - 3b_{14}) + 5c_{12}$



การดำเนินการบนเมทริกซ์



การเท่ากันของเมทริกซ์

เมทริกซ์ใด ๆ จะเป็นเมทริกซ์เท่ากันภายใต้เงื่อนไข

1. เมทริกซ์ทั้งสองจะต้องมีมิติเท่ากัน
2. สมาชิกภายในเมทริกซ์ที่อยู่ตามตำแหน่งต่างๆ จะต้องมามีค่าเท่ากัน

เช่น Matrix A = Matrix B

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0.5 & 4 & -1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & \frac{8}{4} & -2 \\ \frac{1}{2} & \sqrt{16} & -1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$



Ex. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 1.5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{0.25} \\ 1+0.5 & 3 \times 2 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $A = B$

Ex. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -\sqrt{9} \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

ดังนั้น $A \neq B$



การบวกและการลบเมทริกซ์

การบวกและการลบเมทริกซ์สองเมทริกซ์ใด ๆ สามารถกระทำได้ภายใต้เงื่อนไข
เมทริกซ์

1. ทั้งสองต้องมีมิติเท่ากัน
2. นำสมาชิกที่อยู่ตำแหน่งเดียวกันบวกหรือลบกัน

นิยาม ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ จะได้

$$(1) A + B = C = [c_{ij}]_{m \times n} \text{ โดยที่ } C_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$$

$$(2) A - B = C = [c_{ij}]_{m \times n} \text{ โดยที่ } C_{ij} = A_{ij} - B_{ij}$$



ตัวอย่างการบวกและการลบเมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & -6 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 1 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\text{จงหา } C = A + B \quad \text{และ} \quad D = A - B$$

วิธีทำ

$$C = \begin{bmatrix} -1+4 & 2+2 & 4-3 \\ 3+1 & -6+7 & 10+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 19 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1-4 & 2-2 & 4-(-3) \\ 3-1 & -6-7 & 10-9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 7 \\ 2 & -13 & 1 \end{bmatrix}$$



ตัวอย่าง $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & -8 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

1. $A + B = \begin{bmatrix} 1+(-3) & 2+5 \\ 2+6 & 7+(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

จากโจทย์จงหาค่าของ

$$B - A =$$

$$(A + B) + C =$$

$$(B + A) - C =$$

$$B - (A + C) =$$

$$A + (B + C) =$$



สมบัติของการบวก

สมบัติของการบวก

ถ้า A , B , C เป็นเมทริกซ์มิติ $m \times n$

1. $A + B$ เป็นเมทริกซ์มิติ $m \times n$

(คุณสมบัติปิด)

2. $A + B = B + A$

(คุณสมบัติสลับที่)

3. $A + (B + C) = (A + B) + C$

(คุณสมบัติเปลี่ยนกลุ่มได้)

4. $\underline{0} + A = A + \underline{0} = A$

5. $A + (-A) = \underline{0}$

6. $kA = [ka_{ij}]_{m \times n}$

7. $C(A + B) = CA + CB$



การคูณเมทริกซ์ ด้วยสเกลาร์

การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง ทำได้ด้วยการนำสมาชิกทุกตำแหน่งในเมทริกซ์ คูณด้วยเลขจำนวนจริงนั้น ๆ

กำหนด k เป็นสเกลาร์ใด ๆ แล้ว

$$kA = k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

$$3A = 3 \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{bmatrix}$$



ตัวอย่างการคูณเมทริกซ์ ด้วย สเกลาร์

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

จงคำนวณหา $4A$, $-3A$

$$\text{วิธีทำ } 4A = \begin{bmatrix} 4(1) & 4(-5) & 4(3) \\ 4(4) & 4(1) & 4(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -20 & 12 \\ 16 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-3A = \begin{bmatrix} -3(1) & -3(-5) & -3(3) \\ -3(4) & -3(1) & -3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 15 & -9 \\ -12 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$



การคูณเมทริกซ์ ด้วยเมทริกซ์

เมทริกซ์ จะคูณกันได้ก็ต่อเมื่อ จำนวนหลักของเมทริกซ์ตัวตั้งเท่ากับจำนวนแถวของเมทริกซ์ตัวคูณ

ถ้า A , B , C เป็นเมทริกซ์

A มีมิติ $m \times n$

B มีมิติ $n \times p$ และ

$AB = C$ แล้ว C มีมิติ $m \times p$



การคูณเมทริกซ์ ด้วยเมทริกซ์

การคูณ คือ แถวของตัวตั้งไปคูณกับหลักของตัวคูณ ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ จนครบทุกหลักและเริ่มที่แถวที่สองต่อไป

2×2 เป็นตัวอย่าง

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -10 & -7 \\ -22 & -15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = 1(-2) + 2(-4) = -2 - 8 = -10$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = 1(-1) + 2(-3) = -1 - 6 = -7$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = 3(-2) + 4(-4) = -6 - 16 = -22$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = 3(-1) + 4(-3) = -3 - 12 = -15$$



ตัวอย่าง จงหาผลคูณของเมทริกซ์ AB เมื่อ

วิธีทำ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (1)(2) + (2)(4) + (3)(7) & (1)(0) + (2)(1) + (3)(3) \\ (0)(2) + (-1)(4) + (1)(7) & (0)(0) + (-1)(1) + (1)(3) \\ (5)(2) + (2)(4) + (-3)(7) & (5)(0) + (2)(1) + (-3)(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 31 & 11 \\ 3 & 2 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$$



ดีเทอร์มีแนนต์ของเมทริกซ์





ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant)

ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) เป็นค่าที่ได้จากการคำนวณจากเมทริกซ์ที่กำหนดให้ A เป็น $n \times n$ เมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย $\det(A)$ หรือ $|A|$ ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{c} \nearrow - \\ \searrow + \end{array} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \det(A) = ad - bc$$

1. $\det(A^T) = \det(A)$
2. $\det(A^n) = (\det(A))^n$
3. $\det(AB) = \det(A)\det(B)$



การหา Determinant โดยใช้วิธีการกระจาย Cofactor

ไมเนอร์(Minor) ของเมทริกซ์ A คือดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A ที่เกิดจากการตัดแถว i และหลักที่ j ออก

โคแฟกเตอร์ของ a_{ij} คือผลคูณของ $(-1)^{i+j}$ และไมเนอร์ของ a_{ij} เขียนแทนโคแฟกเตอร์ของ a_{ij} ด้วย $\text{Cof.}A_{ij}$

$$\text{โดยที่ } A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

และ M_{ij} แทนไมเนอร์ของ a_{ij}

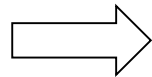


จงหาค่าของ โคแฟคเตอร์ A_{12} และ A_{23}

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 9 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

หลักการ: จะหาค่า โคแฟคเตอร์ A_{12} ต้องตัดแถวที่ 1 และ Column ที่ 2 ออก
จะได้ไมเนอร์ของ A_{12}

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 9 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$



$$\begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 5 & 8 \end{vmatrix}$$

$$A_{12} = (-1)^{(1+2)} \begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 5 & 8 \end{vmatrix} = -42$$



งหาค่าของ โคแฟคเตอร์ A_{12} และ A_{23}

การหาค่า A_{23} ก็ทำเช่นเดียวกัน คือตัดแถวที่ 2 และ Column ที่ 3 ออก จะได้

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 9 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \quad A_{23} = (-1)^{(2+3)} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = -1$$



การหา Determinant โดยใช้วิธีการกระจาย Cofactor

ทำการหา Cofactor ของแต่ละหลัก

เพื่อให้งานต่อการหา เราจะพยายามใช้ ตำแหน่งที่เป็น 0 เนื่องจากเมื่อทำการหา Det แล้วจะได้ค่าเป็น 0 เช่นกัน

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$



ตัวอย่าง

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

- จงหา $\det(A)$ โดยเลือกกระจายแนวแถวที่ 1

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\det(A) = a_{11}c_{11} + a_{12}c_{12}$$

$$= 3c_{11} + 1c_{12}$$

$$c_{11} = (-1)^{1+1}M_{11} = (1)(-5) = -5$$

$$c_{12} = (-1)^{1+2}M_{12} = (-1)(4) = -4$$

- แทนค่า c_{11} และ c_{12} ที่คำนวณได้ลงใน $\det(A)$
- จะได้ $\det(A) = 3(-5) + 1(-4) = -19$



จงหา $\det(A)$ โดยเลือกกระจายแนวหลักที่ 1

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$





เอกสารอ้างอิง

โอภาส เอี่ยมสิริวงศ์. (2558). **คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์**. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น. หน้า 205-219.

